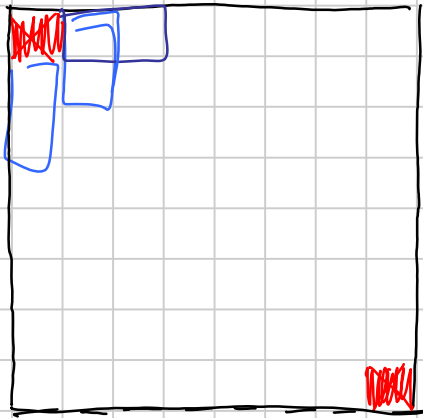


TEST MATH 19 - Giorno 2

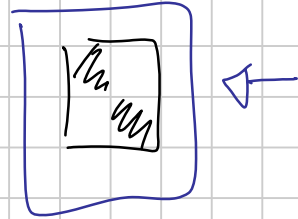
Titolo nota

09/07/2019

1)

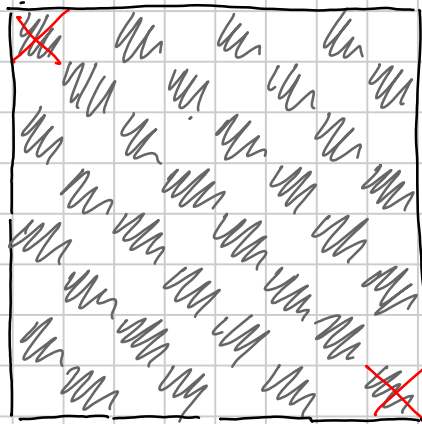


E' possibile ricoprire la quaglia
senza i due angoli con
Tessere 2×1 ?



1° Check: Area (qui ok)

Idea: Coloro e scacchiere



Qui ho 32 B
30 N

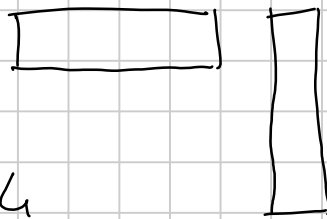


Coprono
1N e 1B

\Rightarrow mettendo queste tessere
obbero di 1 entrambi
i numeri di caselle scure.

Visto che partivo da 32 e 30 non posso
arrivare a 0 e 0.

2) Quanti quaglie quadrate $N \times N$ sono tassellabili
con tessere 4×1 ?



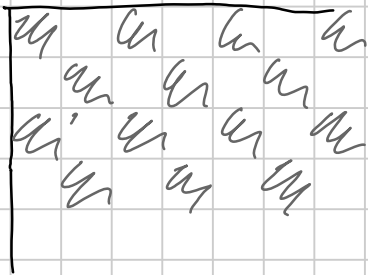
1° check: Area multiplo di 4

$\Rightarrow N^2$ multiplo di 4

N multiplo di 4 \Rightarrow e' facile, si fa.

N multiplo di 2, ma non di 4

Idea 1

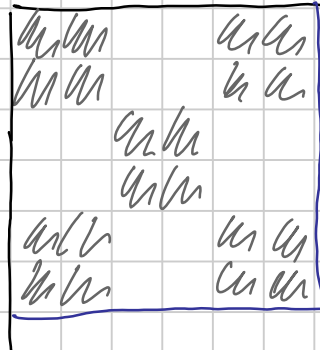


$$\#N = \#B \text{ (lato pari)}$$

come $2N \times 2B$

\Rightarrow non mi dice niente

Idea 2



$2N, 2B$

$$\text{Se } N = 4k + 2$$

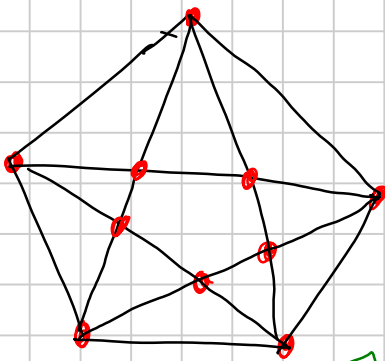
$$\begin{matrix} N=6 \\ \downarrow \\ 20N, 16B \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} (4k+2)^2 &= 16k^2 + 16k + 4 = \\ &= 4(4k^2 + 4k + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &4(2k^2 + 2k) \quad B \\ &4(2k^2 + 2k + 1) \quad N \end{aligned}$$

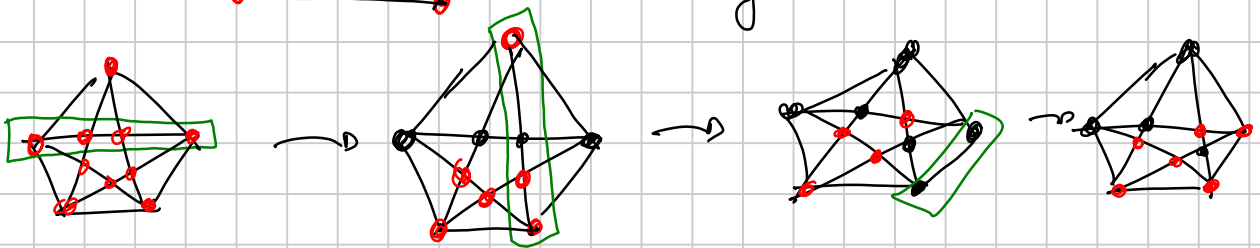
\Rightarrow non posso ricoprire.

3)



Lampadine accese.

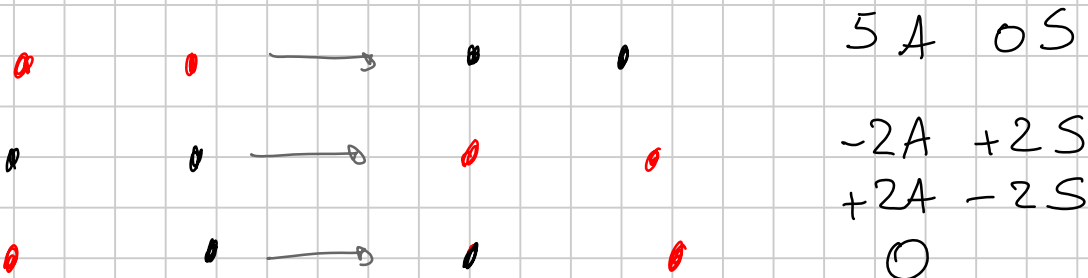
A ogni mossa ^{si può} cambiare lo stato di tutte le lampadine su un segmento.



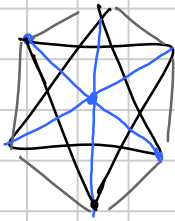
Posso spegnerle tutte?

Guardo cosa succede nel bordo

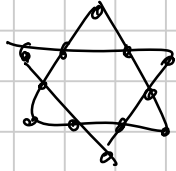
ogni mossa cambia lo stato di 2 lampadine.



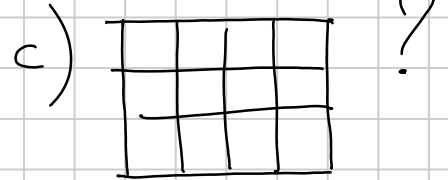
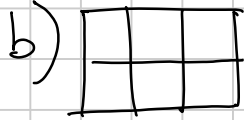
\Rightarrow Cambiando sempre di 2



e partando da 5 con
amiro 0.



Quale Tabelle si possono Tassellare con



a) $m \times n$
con $m \cdot n$ multiplo
di 8

b) $m \times n$
con $m \cdot n$
multiplo di 6

c) $m \times n$
con $m \cdot n$ multiplo
di 12 e
un lato multiplo
di 4

b) Chieramente ha area 6

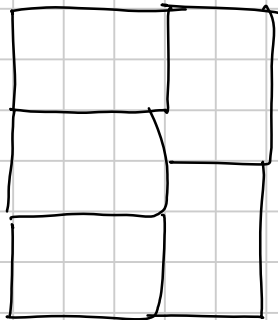
$\Rightarrow m \cdot n$ è multiplo di 6 $\left. \begin{matrix} b \\ 2b \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{1 volta} \\ \vdots \end{matrix}$

$\left. \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} m=3a \\ m=2b \end{matrix}$ (o viceversa)

$\left. \begin{matrix} \text{III} \\ \text{IV} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} m=6a \\ m=b \end{matrix}$ con $\text{MCD}(6, b) = 1$

$3a$ $a \text{ volte}$
(o viceversa)

6 x 5



e faccio 6 x d
aggiungendo colonne



c) Chieramente ha area 12

$\Rightarrow m \cdot n$ è mult. di 12

(I) $m=3a, n=6b \rightarrow \underline{\text{è facile}}$

(II) $m=12a, n=b$ con $\text{TCD}(b,12)=1$

(III) $m=2a, n=6b$ a, b dispari.

(II) 12×1 non si fa

12×2 non si fa

$12 \times 3 \rightarrow \text{(I)}$

$12 \times 4 \rightarrow \text{(I)}$

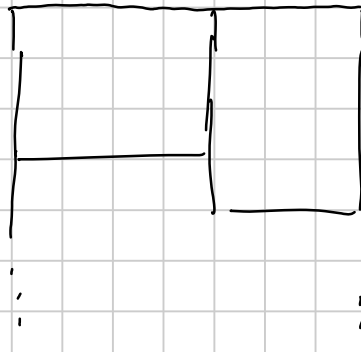
$12 \times 5 \rightarrow$

12×7

gli altri si fanno
aggiungendo

risorse 12×3 o 12×4 .

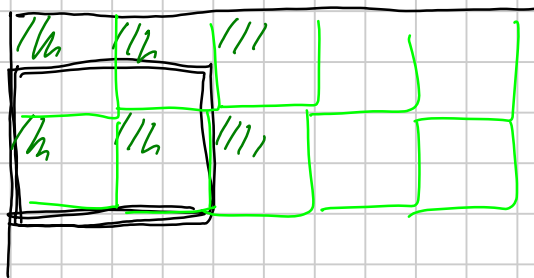
\Rightarrow si fa $12a \times b$ con $b \geq 7$



si fa.

(III) Non si fa.

$6d_1 \times 2d_2$



ho $3 \cdot d_1 \cdot d_2$
caselle colorate

Ogni tessera copre 4 o 2

caselle colorate.

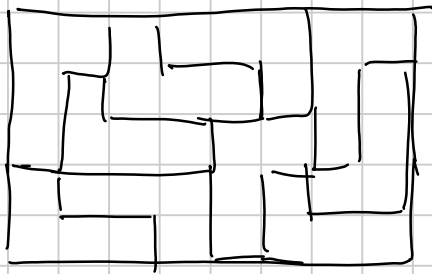
\Rightarrow non si può.

a) ha area mult. di 4



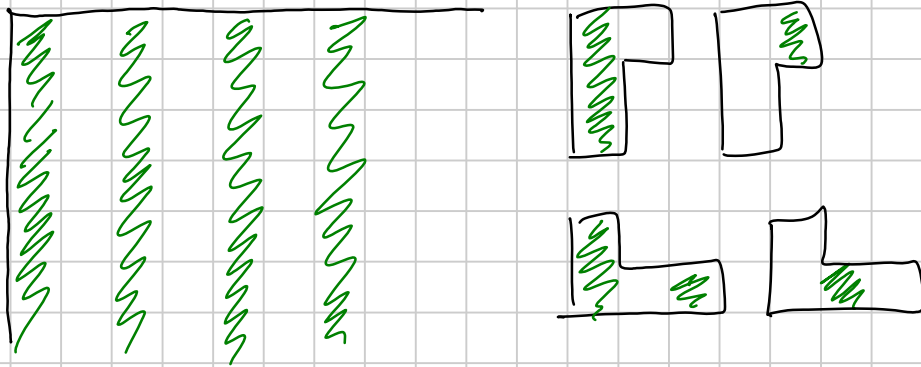
$4a \times 4b$ va sempre bene

$4a \times 2b$ va sempre bene



8×5 ~~sempre bene~~
 $b \geq 5$

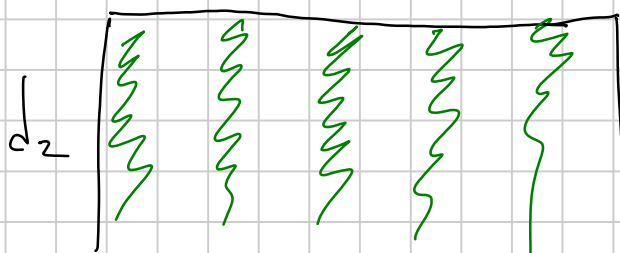
Devo dire che $2d_1 \times 2d_2$ e $4d_1 \times d_2$ non vanno bene.



In entrambi i casi dovei usare $d_1 \cdot d_2$ tessere \Rightarrow # dispari

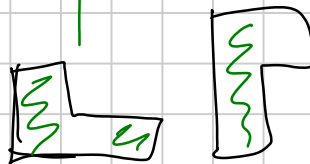
$4d_1 \times d_2$

$4d_1$

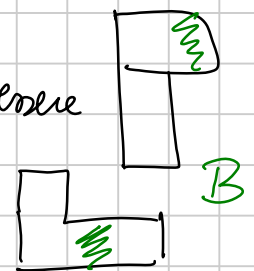


ho $2d_1 d_2$ caselle B
 $2d_1 d_2$ caselle V

Pi servono N tessere



e N tessere



\Rightarrow in totale ho $2N$ tessere. Assurdo \Rightarrow E' impossibile.

$2d_1 \times 2d_2$ servono $d_1 d_2$ tessere \Rightarrow # dispari

Stesso argomento \Rightarrow E' impossibile.

1)



2m quadretti

Prova: colorare due quadretti adiacenti e bianchi

Perde chi non può più muovere.

2) 37

Perde: -1
-2

Vince chi ottiene 0

2) Chi vince? Il primo. Lasciando al secondo sempre un multiplo di 3

37 → 36 → 34 → 33 → 32 → 30

VINCENTI

1, 2
4, 5
7, 8
10, 11
13, 14

PERDENTI

0
3
6
9
12

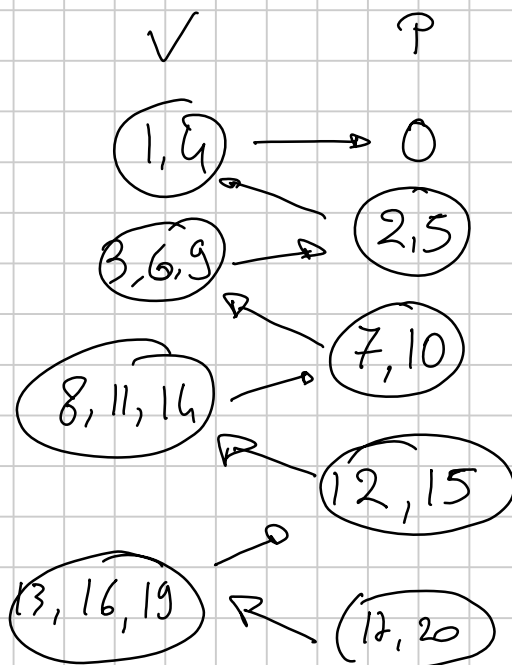
1) Chi gioca da un non multiplo di 3 può sempre lasciare all'altro un multiplo di 3

$3k+2$ gioco -2

$3k+1$ gioco -1

2) Chi gioca da un multiplo di 3 deve sempre lasciare all'altro un non multiplo di 3.

Variante: Perde: -1 e -4



V
 $5k+1$
 $5k+3$
 $5k+4$

P
 $5k$
 $5k+2$

- 1) Se ho $5k+1$ faccio -1 e ho $5k$
 se ho $5k+3$ faccio -1 e ho $5k+2$
 se ho $5k+4$ faccio -4 e ho $5k$

- 2) Se ho $5k$ o faccio $5k-1 = 5(k-1) + 4$ che sono
 o faccio $5k-4 = 5(k-1) + 1$ vincenti

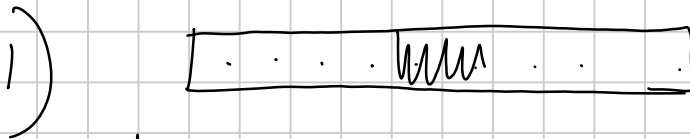
Se ho $5k+2$ o faccio $5k+2-1 = 5k+1$
 o faccio $5k+2-4 = 5k-2 = 5(k-1) + 3$

che sono vincenti.

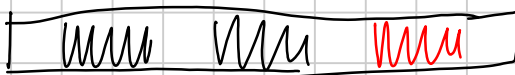
Variante + : Move : -1 oppure $/2$ con parte
 intero

① $k \rightarrow k-1$

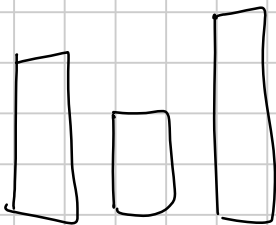
② $2a \rightarrow a$
 $2a+1 \rightarrow a$



il primo gioca le due coselle centrali
 e si copia simmetricamente



Gioco del NIP .



Move : togliere quanti oggetti
 Voglio da una sola pila
 (purché ci siano).